บทคัดย่อ

โครงงานคณิตศาสตร์เรื่อง “สัมพันธ์ลับ Pythagoras Tree” มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อศึกษาลักษณะของรูปต้นไม้พีทาโกรัส (Pythagoras Tree) 2) เพื่อศึกษาหาความสัมพันธ์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัสกับลำดับตัวเลขฟิโบนักชี 3) เพื่อศึกษาหาความสัมพันธ์เชิงตัวเลขในรูปต้นไม้พีทาโกรัส (Pythagoras Tree) 4) เพื่อตรวจสอบความสัมพันธ์เชิงตัวเลขของรูปต้นไม้พีทาโกรัส (Pythagoras Tree) โดยโปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) เริ่มจากศึกษาเนื้อหาแนวคิดทฤษฎีคณิตศาสตร์ ได้แก่ ต้นไม้พีทาโกรัส ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ลำดับฟิโบนักชี แบบรูปและความสัมพันธ์ การให้เหตุผลแบบอุปนัย รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เลขยกกำลัง อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิต แล้วหาความสัมพันธ์เชิงตัวเลขจากการสำรวจและค้นหาในรูปต้นไม้พีทาโกรัส ทำให้อยู่ในรูปพจน์ทั่วไป โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย และใช้โปรแกรม GSP มาตรวจสอบความสัมพันธ์เชิงตัวเลข

ผลการดำเนินงาน พบว่า มีความสัมพันธ์ของทฤษฎีบทพีทาโกรัสกับลำดับฟิโบนักชี เมื่อนำจำนวนในลำดับฟิโบนักชีชุดละ 4 จำนวนตามลำดับ ผลคูณของจำนวนที่หนึ่งกับจำนวนที่สี่ของลำดับฟิโบนักชี มีค่าเท่ากับ ความยาวของด้านประกอบมุมฉากด้านที่สั้นที่สุดของรูปสามเหลี่ยม นำสองคูณกับผลคูณของจำนวนที่สองกับจำนวนที่สามของลำดับฟิโบนักชี มีค่าเท่ากับ ความยาวของด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยม ผลบวกของกำลังสองของจำนวนที่สองกับกำลังสองของจำนวนที่สามของลำดับฟิโบนักชี มีค่าเท่ากับ ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยม และหาความสัมพันธ์เชิงตัวเลขที่เขียนในรูปพจน์ทั่วไปเมื่อ n แทนขั้นที่ ได้ดังนี้

1. จำนวนรูปสี่เหลี่ยมที่เปลี่ยนแปลงไปในแต่ละขั้นของรูปต้นไม้พีทาโกรัส คือ $(2^{n+1}) - 1$
2. จำนวนด้านรูปสี่เหลี่ยมที่เปลี่ยนแปลงไปในแต่ละขั้นของรูปต้นไม้พีทาโกรัส คือ $(2^{n+1} - 1) \times 4$
3. พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม 1 รูป ที่เปลี่ยนแปลงไปในแต่ละขั้นของรูปต้นไม้พีทาโกรัส คือ $\frac{1}{2^n}$
4. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมที่เปลี่ยนแปลงไปในแต่ละขั้นของรูปต้นไม้พีทาโกรัส คือ $n + 1$
5. พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 1 รูปที่เปลี่ยนแปลงไปในแต่ละขั้นของรูปต้นไม้พีทาโกรัส คือ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2^n}$ หรือ $\frac{1}{2^{n+1}}$

จากการศึกษาความสัมพันธ์เชิงตัวเลขที่เขียนในรูปพจน์ทั่วไปของรูปต้นไม้พีทาโกรัส (Pythagoras Tree) ทำให้เกิดองค์ความรู้สร้างเป็นรูปแบบของความสัมพันธ์เชิงตัวเลขที่เขียนในรูปพจน์ทั่วไปพร้อมทั้งนำโปรแกรม GSP มาตรวจสอบความถูกต้องของความสัมพันธ์เชิงตัวเลขที่ได้ เป็นการฝึกทักษะการสังเกต การคิดวิเคราะห์วิจารณ์แล้วนำผลการศึกษามาเสนอและสอนเพื่อนชุมนุมคณิตศาสตร์ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนกันทรลักษ์วิทยา รวมทั้งทางเว็บไซด์ของโรงเรียนกันทรลักษ์วิทยา (http://www.klws.ac.th)) และแอปพลิเคชั่น TikTok